

**गणिती साक्षरतेचं सार्वत्रिकीकरण
सार्वत्रिक गणिती साक्षरतेची शक्यता**

१. आपल्यासमोर एक मोठं संकट उभं ठाकलेलं आहे आणि तितकीच मोठी ती संधीही आहे. विज्ञान तंत्रज्ञानात आता प्रचंड बदल झालेले आहेत, इतके, की त्यामुळे अकुशल कामगार कालबाह्य होत आहेत. भरपूर शिकलेल्या लोकांना, शिक्षक, गणितज्ञ, तंत्रज्ञांना जोरदार मागणी येत आहे. उच्च दर्जाचं शिक्षण घेतलेली असंख्य माणसं आपण तयार करू शकलो, आतापर्यंत आपल्याला शक्य वाटत होतं त्यापेक्षा कितीतरी जास्त पट, तरच आता आपली आर्थिक सामाजिक घडी वाचण्याची शक्यता आहे. वर्तमानपत्र वाचण्याची क्षमता आज आपण जितकी गृहीत धरू शकतो, तितकीच गणिती पद्धतीने विचार करण्याची क्षमता गृहीत धरता यायला हवी.

असा बदल म्हणजे केवळ कल्पनाविलास आहे असं आज अनेकांना वाटेल. पण सार्वत्रिक साक्षरतेची कल्पनासुद्धा काही शतकांपूर्वी तितकीच स्वप्नाळू वाटलेली असू शकेल.

२. विसाव्या शतकातल्या शिक्षणाबाबत दोन दृष्टीकोण असू शकतात.

अ) जितकी चांगली शिक्षणपद्धती मानवी क्षमतांच्या आवाक्यात आहे त्याच्या जास्तीतजास्त जवळ आपण पोहोचलो आहोत.

ब) नव्या समाजाचं हे पहिलं व पहिलं चाचपडणं आहे. सार्वत्रिक शाळा व्यवस्थेनं आताशी आपली शंभरी गाठली आहे. तिच्या कार्यक्षमतेची तुलना १७५० सालातल्या औद्योगिक कार्यक्षमतेशी करता येईल.

३. स्वतःच्या बालपणीतल्या आठवणींचा आधार घेत पालक आपापल्या मुलांना वाढवत असतात. परंतु आजच्या समाजाला गणिती सुजाणतेची परंपरा नाही आणि गणिती क्षमता कशा विकसित होतात याबाबतची सर्वसाधारण दृष्टीही नाही.

४. इतिहासाच्या नव्या पर्वात प्रवेश करणं नेहमीच अवघड असतं. आजच्या परिस्थितीचं जे वर्णन इथे केलेलं आहे त्यात कोणाही व्यक्ती-व्यवस्थेवर नैतिक टीका अभिप्रेत नाही.

५. आजचा समाज सरळसरळ दोन गटांमध्ये विभागलेला आहे. ज्यांना गणिताची भीती आणि द्वेष वाटतो असा मोठा समाज आणि अगदी अल्पसंख्य असलेले गणितज्ञ.

काही उदाहरणे :

अ) 'गणिताची सार्वत्रिक भीती' या शीर्षकाचे प्रो. मारिओ साल्वादोरी यांचे व्याख्यान. (२८ मार्च १९५७, अमेरिका)

ब) प्रा. बी. एफ. स्किनर (हारवर्ड अमेरिका १९५४) : 'गणितातल्या आकृत्या आणि चिन्हं ही भावनिक उत्तेजकं झालेली आहेत. बीजगणितातली चिन्हं किंवा इंटिग्रेशनचं सापासारखं चिन्हं बाजूला राहू द्या, पण संख्या लिहिलेला एखादा तक्तासुद्धा गणिती वागणुकीऐवजी धास्ती, न्यूनगंड, भीती असे प्रतिसाद निर्माण करतो.'

क) जॉन मॅकलिअन (मॅथेमॅटिकल गॅझेट, मे १९५४, ब्रिटन) : यांचा हा एक लांबलचक लेख आहे. आपल्या कामासाठी ज्या डॉक्टर, अर्थशास्त्रज्ञ, शास्त्रज्ञांना गणिताची तातडीची गरज भासते ते गणिताला इतके घाबरत असतात की त्यांना ते वापरताच येत नाही. साथीच्या रोगांचा अभ्यास करणाऱ्या एका शास्त्रज्ञाचे म्हणणे त्यांनी या

लेखात उद्धृत केले आहे, 'दहावीच्या पातळीचे गणित समोर आले तर वैज्ञकीय क्षेत्रातले अक्षरशः ९९% लोक चळाचळा कापतात. हे असे गणित आहे की जिथपर्यंत ते सर्वजण कधीकाळी पोहोचलेले होते. वैद्यकीय क्षेत्रात पदव्युत्तर शिक्षण घेणाऱ्या १% विद्यार्थ्यांशी मी साथीविज्ञानाबाबत सुयोग्य भाषेत बोलू शकतो असं म्हटलं तरीही ती अतिशयोक्ती होईल.'

इथे लक्षात घेण्याची गोष्ट अशी की (दहावीपर्यंतच्या गणित शिक्षणाची) ही अशी निष्पत्ती आपण नॉर्मल म्हणून स्वीकारलेली आहे. 'शारीरिक शिक्षण घेणाऱ्या ९०% मुलांना त्या शिक्षणानं पंगु केलं' असं म्हणण्यासारखंच हे आहे.

६. बौद्धिक ऊर्जेची दिशा म्हणजे शिक्षण. मुलांमध्ये प्रचंड ऊर्जा असते, वाहतं होण्याची वाट पहात! मोठ्या माणसांनी या ऊर्जेला योग्य वाट करून दिली तर छंदांचे व्यवसाय होतात आणि कामं सचेतन होतात. योग्य वाट करून देण्यात मोठ्यांचा समाज अपयशी ठरला तर दुहेरी अनर्थ होतो. मुलाला कामात उत्साह वाटत नाही, त्यासाठी त्याच्याकडे ऊर्जा रहात नाही आणि मुलांमधली ऊर्जा दिशाहीन वाटा शोधत राहते. अशावेळी समाजाने त्याच्या शिक्षणाच्या कर्तव्यात कसूर केलेली असते.
७. वाढीच्या प्रत्येक टप्प्यावर आपली ऊर्जा वेगवेगळ्या गोष्टींवर केंद्रित झालेली असते. त्या त्या गोष्टींना त्यावेळी रोमांचक रंग प्राप्त होतात. उदाहरणार्थ, सायकल चालवणे, बास्केटबॉलच्या टीममध्ये प्रवेश मिळवणे, प्रेमात पडणे, प्रियकर-प्रेयसी असण्याचा काळ, श्रीमंत किंवा विख्यात होणे, सर्जनशील काम करणे, शांतता आणि स्वास्थ्य मिळवणे, इ.
८. सौंदर्य हे पाहणाऱ्याच्या नजरेत असते. कोणत्याही विषयाला, कोणत्याही ॲक्टिव्हिटीला रोमांचक रंग येऊ शकतात.
९. असा रोमांच अनुभवून मन एकाग्र झालेलं नसेल तर विचार करण्याची प्रक्रिया अत्यंत असमाधानकारक आणि अकार्यक्षम राहते.
१०. ही एकाग्रता जाणीवपूर्वक थेट प्रयत्न करून मिळवता येत नाही. ती घडते. प्रेमात पडण्यासारखी किंवा हसू येण्यासारखी. पण योग्य उत्तेजना देऊन जसे हसू आणता येते तशी ती एकाग्रताही योग्य उत्तेजनेने आणता येते.
११. अशी एकाग्रता हा प्रतिभाशाली व्यक्तीचा मुख्य गुण असतो, काही लोकं म्हणतात तसा उच्च बुद्ध्यांक नव्हे. २०० बुद्ध्यांक असूनही काही माणसे अपूर्व बुद्धिमत्तेची नसतात. आणि सर्वसाधारण बुद्ध्यांकाची काही माणसेही अत्यंत प्रतिभाशाली होती.
१२. 'अपार परिश्रम करण्याची क्षमता म्हणजे प्रतिभा' अशी एक गैरसमजूत पसरवणारी म्हण आहे. जाणीवपूर्वक प्रयत्न करण्याची आणि वारेमाप कष्ट करण्याची अपार क्षमता म्हणजे प्रतिभा असा या म्हणीचा अर्थ लावला जातो. खरे तर, प्रतिभाशाली असणं म्हणजे तुम्ही जे करत आहात त्यात इतकं बुडून जाणं की तुम्हाला त्यातले कष्ट जाणवतसुद्धा नाहीत. मूल धोक्यात असताना पालक काय करतात ते पहा, किंवा मनाई असलेली एखादी गोष्ट करण्यासाठी मुलं कशा उचापती करतात ते पहा. जाणीवपूर्वक केलेल्या प्रयत्नांच्या हे अगदी विरुद्ध असते.
१३. जी. एच्. हार्डी यांनी गणिताबद्दल म्हटलं आहे, 'माझ्या आयुष्यातला हा चिरस्थायी आनंद', 'माझं गणितावर प्रेम

आहे आणि त्याच्याशिवाय मी भयंकर दुःखी होईन'.

१४.सर्वसाधारण मत : हार्डी आणि इतर गणितज्ञ, ज्यांना ज्यांना असं वाटतं ते इतर लोकांपेक्षा काहीतरी वेगळे आहेत असा सर्वसाधारण समज आहे.

याविरुद्धचे मत : आपल्या सगळ्यांमध्ये जे काही असतं, तेच बऱ्याच जास्त प्रमाणात प्रतिभाशाली माणसाकडे असतं. सर्व मानवांच्यात सामाईक असलेला हा महत्त्वाचा गुण आहे, अगदी अतिबुद्धीमान माणसापासून ते बौद्धिकदृष्ट्या अशक्त माणसापर्यंत.

साहित्यक्षेत्रातल्या प्रतिभाशाली माणसांबाबत हे सहज लक्षात येतं. जो आपल्या मनात प्रतिध्वनी निर्माण करतो अशा लेखकाला आपण थोर म्हणतो. याचा अर्थ असा की थोरवीचा अर्क आपल्यामध्येही असतो. 'थोर कवी आपल्याला आपल्या समृद्धीची जाणीव करून देतो.' – इमर्सन

१५.गणिताची स्वयंप्रेरणा आणि सातत्यपूर्ण उत्साह या गोष्टी काही मूठभर प्रतिभाशाली लोकांपुरत्या मर्यादित नाहीत याचे पुरावे :

अ) डब्ल्यू. फ्लेमिंग (मॅथेमॅटिकल गॅझेट, फेब्रुवारी १९५५, ब्रिटन) यांनी स्कॉटिश एज्युकेशन डिपार्टमेंटचा माध्यमिक शिक्षणावरचा अहवाल उद्धृत केला आहे :

एअर ट्रेनिंग कॉर्पोरेशनच्या विद्यार्थ्यांनी गणितात घेतलेला विशेष रस आणि त्यांची त्यातली प्रगती यामुळे शालेय गणित शिक्षणात असलेला निर्जीवपणा आणि निरर्थकता ठळकपणे पुढे आली.

ते पुढे असेही म्हणतात, 'दुसऱ्या महायुद्धाच्या काळात सैन्यात भरती झालेल्या लोकांनी गणितात घेतलेला रस पाहून अनेक शिक्षक आश्चर्यचकित झाले होते.'

ब) इंग्लंडमधील एका सेवानिवृत्त सुताराने लिहिलेली दोन पत्रे :

तो १९०० सालच्या सुमारास शाळेत जात होता. त्याकाळी इंग्लंडमधील शाळा क्रूरतेच्या परमोच्च शिखरावर होत्या. त्याला शाळा अजिबात आवडत नसे. त्या अंधारातला एक मिणमिणता दिवा म्हणजे बीजगणित होतं.

त्यातल्याही अनेक गोष्टी त्याला समजत नसत तरीही...! वयाच्या ६५ व्या वर्षी त्यानं पुन्हा गणित

शिकायला सुरुवात केली. मधल्या ५० वर्षांमध्ये पाठ्यपुस्तकांमध्ये झालेल्या सुधारणा पाहून त्याला फार

आनंद झाला. आता त्याला ती समजत होती. एकेक प्रकरण वाचत असताना (लॉगॅरिथम, बीजगणित,

कॅलक्युलस) त्याने लिहिलेल्या टीपांमध्ये अशी वाक्ये आढळतात, 'यासाठी मी अनेक वर्षे भुकेला होतो.'

क) श्रीमती चिशोम (ख्राइस्टचर्च नॉर्मल स्कूल, न्यूझिलंड, १९५५) : ५ वर्षे वयाच्या आणि त्याहून थोड्या मोठ्या अशा दोन मुलांच्या स्टर्न पट्ट्यांना असलेल्या प्रतिसादाबद्दल :

(स्टर्न पट्ट्या हे संख्या आणि इतर अनेक गणिती संकल्पना शिकण्याचे एक साधन आहे. यात एक ची पट्टी एका चौरसाइतकी असते आणि दोन, तीन, चार अशा क्रमाने लांबीत वाढत जाणाऱ्या पट्ट्या असतात.)

स्टर्न साधनाबरोबर गणित करताना माझ्या वर्गातल्या एकाही मुलाला कोणतीही अडचण येत नाही. माझं सर्वात मंद मूल म्हणजे एक आठ वर्षांची ५२ बुद्ध्यांकाची मुलगी आहे. तिला या साधनामुळे प्रचंड समाधान मिळतं. तिला ते स्वतःकडे बाळगायचं असतं. जेव्हा दुसऱ्या शिक्षिकेला ते साधन हवं असतं तेव्हा

ही मुलगी ते आपल्या मिठीत धरून अत्यंत काळजीपूर्वक दुसऱ्या वर्गात नेऊन देते. ते नीट परत येत आहे ना याकडे तिचं अगदी बारीक लक्ष असतं. वर्गातल्या इतर मुलांना जे येतं ते आपल्यालाही येतं या यशाच्या समाधानामुळे ती मुलगी सर्व प्रकारे ताजीतवानी झालेली आहे. ती अनेकदा त्या साधनाला प्रेमाने थोपटते आणि 'गंमत' असं म्हणते.

अत्यंत कमी बुद्ध्यांक असलेल्या मुलीच्या व्यक्तिमत्त्व विकासाचे काम येथे 'गणित' करत आहे.

१६. मर्यादित बुद्धिमत्ता असलेलं मूल जर एकच विषय शिकू शकणार असेल तर तो विषय म्हणजे अंकगणित हे साहजिकच आहे. 'हा ठोकळा बरोबर आहे का?', नाही, तो जरा जास्तच लांब आहे' असा विचार करून निर्णय घेणं आणि त्यानंतर या एकेका ठोकळ्याला १, २, ..., ९ शी जोडणं हे इंग्रजी भाषेतली २६ अक्षरे आणि इंग्रजी आणि अमेरिकन स्पेलिंगचा विक्षिप्तपणा शिकण्यापेक्षा खूपच सोपे आहे.

१७. पहिली आणि दुसरीला शिकवणारी एक अमेरिकन शिक्षिका : अंकगणित हा मुलांचा सर्वात आवडीचा विषय आहे. मुलांना जर पाहिजे ते शिकू दिलं तर ती दिवसभर गणितच करत राहतील.

१८. मग कोणत्या टप्प्यावर मुलं स्वतःहून गणित मागायचं बंद करतात आणि शिक्षकाला ते मुलांवर लादावं लागतं? विद्यापीठात प्रवेश घेणाऱ्या बहुसंख्य विद्यार्थ्यांनी गणितातला रस पूर्णपणे गमावलेला असतो.

हे कोणत्याही टप्प्यावर जरी होत असेल तरी हे होण्याची अजिबात आवश्यकता नाही. आव्हाने आणि यशाच्या सततच्या अनुभवांमधून मुलांचा शालेय गणिताचा संपूर्ण प्रवास सहज होऊ शकतो.

१९. पहिलीच्या वर्गात साहित्याच्या आधारे गणित करणारी मुलं ही चांगल्या संशोधकांसारखंच काम करीत असतात. त्यांच्यासमोर एक प्रश्न असतो.

* ती तो प्रश्न समजून घेतात.

* तो प्रश्न त्यांना खरोखरच सोडवायचा असतो.

ती उत्तराचा अंदाज करतात.

स्वतःच्या उत्तराची ते स्वतःच परीक्षा घेतात.

ते जर योग्य नसेल तर ते दुसरं काहीतरी करून पाहतात.

२०. पाठांतर पद्धतीने शिकताना सगळा भर हा उत्तरावर असतो. संशोधनपद्धतीत * या खुणेने दाखवलेल्या दोन मुद्द्यांवर सर्वात जास्त भर असतो.

२१. आपण सारेच आपल्या सवयींचे गुलाम असतो. शिक्षणाचं सर्वात महत्त्वाचं काम म्हणजे योग्य सवयी लावणं.

एखाद्या लहान वयाच्या बुद्धिमंद मुलाला संशोधनपद्धती शिकवणं हे पंधरा वर्षे पोपटपंची शिकलेल्या सर्वसाधारण बुद्धिमत्तेच्या माणसाला ती शिकवण्यापेक्षा खूपच सोपं असतं.

२२. स्वतः काहीतरी शोधताना आपल्या मनात स्वातंत्र्याची आणि जिंकण्याची भावना निर्माण होते. दुसऱ्याने सांगितलेली आणि आपल्याला न समजलेली गोष्ट पाठ करताना आपण गुलाम असतो.

२३. एका गणिती विधानाचे असंख्य उपयोग असतात हे गणिताचं सर्वात महत्त्वाचं व्यावहारिक मूल्य आहे. मुलांना जर आत्मविश्वासाने आणि उत्साहाने संख्या हाताळता आल्या तर नंतरच्या आयुष्यात समोर येणाऱ्या कोणत्याही परिस्थितीत ती अंकगणिताचा योग्य वापर करू शकतील.
२४. गणिताच्या अभ्यासक्रमातले पाठ्यांश आणि त्यांची हाताळणी त्यामुळे पुढील तत्वांवर आधारलेली असायला हवी :
 अ) तो करताना मजा आली पाहिजे आणि त्याने मुलांच्यात सातत्याने वाढता उत्साह निर्माण केला पाहिजे.
 ब) त्याने स्वतंत्र विचार, बौद्धिक अॅक्टिव्हिटी, उत्सुकता, निरीक्षण आणि आत्मविश्वास निर्माण केला पाहिजे.
 क) त्यातून विद्यार्थ्यांचा गणितातील मूलभूत संकल्पना आणि प्रक्रियांशी परिचय झाला पाहिजे.
२५. मुलं वर्तमानात जगतात. त्यांना वाटत असतं की आत्ता, कोणत्याही क्षणी, काहीतरी अत्यंत रोमांचक थरारक घडणार आहे. मोठ्यांच्या जगातल्या व्यवसायांमधील चिंता वाहण्याची तयारी या निकषांमध्ये बसत नाही. मुलांना आज आणि आत्ता जे धडपडून करायचं असतं ते जास्त चांगलं करायला शिकवणारं गणित शिक्षणच व्यवहार्य आणि फलदायी ठरतं.
२६. जी. एच. हार्डीने दिलेले चांगल्या गणिती संशोधनाचे निकष : ते साधं, विस्मयकारक आणि फलदायी असायला हवं. हार्डीला 'फलदायी' म्हणजे व्यवहारात उपयोगी असं अभिप्रेत नाही, तर पुढील आणखी इंटरेस्टिंग संकल्पनांसाठी उद्युक्त करणारं असं अपेक्षित आहे.

पुन्हा इथेही अग्रेसर संशोधक आणि लहान मूल यांच्या मूल्यांमध्ये ठळक एकमत दिसतं. 'एक संख्या मनात धरा.' या प्रकारच्या क्लृप्त्यांमध्ये मुलांना विलक्षण रस असतो. यांना थेट उपयोगमूल्य काहीही नाही. पण त्या साध्या, विस्मयकारक आणि उद्युक्त करणाऱ्या असतात.

२७. कारपेंटर आणि अँडरसन यांनी त्यांच्या चौथीच्या पुस्तकात अशी उदाहरणे दिली आहेत :

$$१ \times ७ + १ = ८$$

$$१२ \times ७ + २ = ८६$$

$$१२३ \times ७ + ३ = ८६४ \text{ मुलांना हा क्रम पुढे चालवायला सांगितला आहे.}$$

अशी उदाहरणे करताना मुलांना मजाही येते आणि ती गणिताच्या दृष्टीने मौल्यवानही आहेत. त्यातून नियमिततांचं निरीक्षण करण्याची क्षमता वाढते आणि आकृतीबंधांमध्ये रस निर्माण होतो. बीजगणित, उच्च पातळीचं गणित आणि वैज्ञानिक नियमांकडे ती निर्देश करीत असतात.

२८. गणितज्ञ, वैज्ञानिक, तंत्रज्ञ या सर्वांसाठीच अशी उदाहरणे ही सारखीच महत्त्वाची असतात. परंतु त्यांना गणिताच्या पाठ्यपुस्तकांमध्ये आणि अभ्यासक्रमांमध्ये अत्यंत दुय्यम स्थान असतं ही गोष्ट लक्षात घेण्यासारखी आहे. चार वर्षांनंतर, साधारण आठवीच्या शेवटी शेवटी अशा अंकमाला बीजगणितात पहायला मिळू लागतात. मधल्या काळात अभ्यासक्रमात एक प्रकारचा साचलेपणा आलेला असतो, नव्या संकल्पना क्वचितच पहायला मिळतात. याउलट चक्रवाढव्याज, सूट, गहाणवट, आयकर, यासारख्या गणितज्ञांना आणि मुलांनाही तितक्याच कंटाळवाण्या वाटणाऱ्या संकल्पना शिकण्यात वेळ वाया जातो.

१८६० च्या काउंटिंग हाऊसचा व्यावसायिक गणित हा वारसा आहे. आजच्या कॅलक्युलेटर्स आणि झटपट

हिशेबांच्या यंत्रांच्या जमान्यात त्याचं व्यावहारिक मूल्य शून्य आहे. बहुतांश कंपन्या त्यांच्या स्वतःच्या हिशेबपद्धतीत त्यांच्या कर्मचाऱ्यांना स्वतः प्रशिक्षित करणे अधिक पसंत करतात. याउलट बीजगणित आणि विज्ञानाचे महत्त्व अपार वाढलेले आहे.

२९. विज्ञान तंत्रज्ञानात मुलांना वाटत असलेला विशेष रस लक्षात घेता, तितकीच लक्षात घेण्यासारखी दुसरी गोष्ट म्हणजे अंकगणिताच्या अभ्यासक्रमात किंवा प्राथमिक गणित शिक्षणात यांना कोठेही स्थान नाही.

पुढ्याचे गिअर्स(दातेरी चाके) तयार करण्याचं उदाहरण इथे देता येईल. हे उपकरण निवडण्याची कारणे :

अ) ती खरीखुरी उत्सुकता निर्माण करतात.

ब) त्याआधारे मुलांना साधे वैज्ञानिक नियम स्वतः शोधता येतात.

क) यात नकळत प्राथमिक गणिताची उजळणी होते.

ड) अपूर्णाक, पाय, भौमितिक रचना, बीजगणितातील सूत्रे अशा संकल्पना शिकण्यासाठी ती उद्युक्त करतात.

इ) अचूकतेची प्रेरणाही त्यातून मिळते कारण अंकगणितातली छोटीशी चूकही गिअर्सचं डिझाइन पार बिघडवू शकते.

फ) मुलांना ज्यात रस असतो अशा आणखी पुढ्या गोष्टी शिकण्यासाठीचा पाया यातून तयार होतो, उदा. घड्याळातला तासकाटा आणि मिनिटकाटा जोडणारे गिअर्स, सायकलचे गिअर्स इ.

लायसेस्टर कॉलेज ऑफ टेकनॉलॉजीमध्ये ज्यांना गणित अजिबात आवडत नाही अशा विद्यार्थ्यांबरोबर या पद्धतीचा वापर केला गेला होता. त्याची सविस्तर माहिती अजून प्रकाशित झालेली नाही.